Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1.a)

$$\begin{aligned}
\tan^2 x &= \tfrac{1}{4(1-\sin^2 x)} \\
\tan^2 x &= \tfrac{1}{4\cos^2 x} \\
\tfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x} &= \tfrac{1}{4\cos^2 x} && |\cdot\cos^2 x \\
\sin^2 x &= \tfrac{1}{4} && |\sqrt{\ } \\
\sin x &= \pm\tfrac{1}{2} \\
x_1 &= \tfrac{\pi}{6} \\
x_2 &= -\tfrac{\pi}{6} \\
x_2 &= -\tfrac{\pi}{6} + 2\pi && = \tfrac{11\pi}{6} \\
x_3 &= \pi - \tfrac{\pi}{6} && = \tfrac{5\pi}{6} \\
x_4 &= \pi - \left(-\tfrac{\pi}{6}\right) && = \tfrac{7\pi}{6}
\end{aligned}$$

Aufgabe 1.b)

$$\begin{aligned}
\sin x \cos x &= \sqrt{1-\sin^2 x} \\
\sin x \cos x &= \sqrt{\cos^2 x} \\
\sin x \cos x &= \cos x \\
\sin x &= 1 \quad \vee \quad \cos x = 0 \\
x_1 &= \tfrac{\pi}{2} \\
x_2 &= \tfrac{3\pi}{2}
\end{aligned}$$

Aufgabe 1.c)

$$\begin{aligned}
\tfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x} &= \tfrac{3}{4\sin^2 x} \\
\cos^2 x &= \tfrac{3}{4} && |\sqrt{\ } \\
\cos x &= \pm\sqrt{\tfrac{3}{4}} \\
x_1 &= \tfrac{\pi}{6} \\
x_2 &= \pi - \tfrac{\pi}{6} \\
x_2 &= \tfrac{5\pi}{6} \\
2\pi - x_3 &= \tfrac{\pi}{6} \\
x_3 &= \tfrac{11\pi}{6} \\
2\pi - x_4 &= \tfrac{5\pi}{6} \\
x_4 &= \tfrac{7\pi}{6}
\end{aligned}$$

Aufgabe 1.d)

$$\begin{aligned}
\sin x + \tfrac{1}{2} &= \tfrac{1}{2\sin x} && \mid \cdot \sin x \\
\sin^2 x + \tfrac{1}{2}\sin x &= \tfrac{1}{2} && \mid -\tfrac{1}{2} \\
\sin^2 x + \tfrac{1}{2}\sin x - \tfrac{1}{2} &= 0 && \mid \sin x = u \\
u^2 + \tfrac{1}{2}u - \tfrac{1}{2} &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\
\Rightarrow u_1 &= -1 \\
u_2 &= \tfrac{1}{2} \\
\sin x &= -1 \\
x_1 &= \tfrac{3\pi}{2} \\
\sin x &= \tfrac{1}{2} \\
x_2 &= \tfrac{\pi}{6} \\
x_3 &= \tfrac{5\pi}{6}
\end{aligned}$$

Aufgabe 1.e)

$$\begin{aligned}
\sin^2 x + \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\sin x + \cos x &= \cos x && \mid -\cos x \\
\sin^2 x + \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\sin x &= 0 \\
\sin x\left(\sin x + \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\right) &= 0 \\
\sin x &= 0 \\
x_1 &= 0 \\
x_2 &= \pi \\
x_3 &= 2\pi \\
\sin x + \tfrac{1}{2}\sqrt{2} &= 0 \\
\sin x &= -\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \\
x_4 &= -\tfrac{\pi}{4} + 2\pi && = \tfrac{7\pi}{4} \\
x_5 &= \pi - \left(-\tfrac{\pi}{4}\right) && = \tfrac{5\pi}{4}
\end{aligned}$$

Aufgabe 2.

a)
$$-\sin x + \sin x = 0$$

b)
$$2\cos x - \cos x = \cos x$$

c)
$$\cos x + \cos x = 2\cos x$$

d)
$$\sin x - \sin x = 0$$

e)
$$\cos x - \cos x = 0$$

f)
$$\sin x + \sin x = 2\sin x$$

g)
$$-\sin x + \sin x = 0$$

Aufgabe 3.

a)

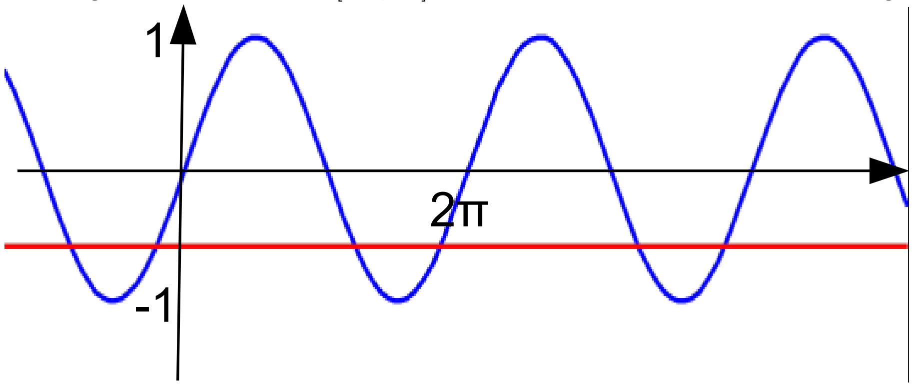
$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1^2 = 1$$

b)

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\sqrt{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x(1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x})}} = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x}} = \frac{\sin x}{1} = \sin x$$

Aufgabe 4.

Weitere Ergebnisse im Intervall $[-\pi; 5\pi]$ erhalten wir mit der Veranschaulichung der Sinusfunktion:



Aufgrund der Symmetrie der Sinusfunktion gilt:

$$\sin x = \sin(\pi - x)$$

Also ist eine weitere Lösung der oberen Gleichung bei:

$$x_m = \pi + \frac{\pi}{5} = 1{,}2\pi$$

Für ganzzahlige $k \in \mathbb{Z}$ gilt aufgrund der Periodizität der Sinusfunktion:

$$\sin x = \sin(x + 2k\pi)$$

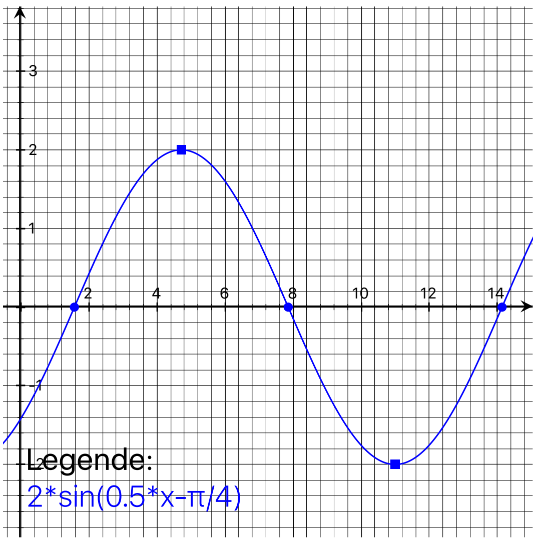
Also sind nun alle Lösungen

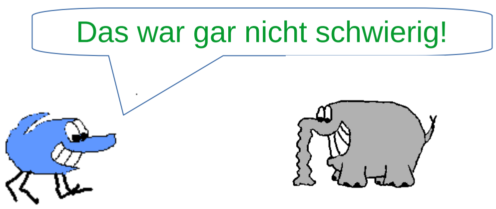
k	-1	0	1	2
x_n	–	$-0{,}2\pi$	$1{,}8\pi$	$3{,}8\pi$
x_m	$-0{,}8\pi$	$1{,}2\pi$	$3{,}2\pi$	–

Aufgabe 5.

Wir formen zunächst den Ausdruck im Sinus um, damit die Verschiebung in x-Richtung ersichtlich wird:

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$





Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt