Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1.
Die blaue Fläche besteht aus zwei Kreissegmenten mit dem Radius a und dem Mittelpunktswinkel $\mu = 90°$ (*Ein Kreissegment berechnet sich mit der Fläche eines Kreissektors minus der Fläche des Dreiecks*):

$$A_{blau} = 2 \cdot \left(\frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot a^2 - \frac{1}{2} a^2 \right) = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \cdot a^2$$

Aufgabe 1. b)
Die schraffierte Fläche ist ebenfalls ein Kreissegment mit dem Mittelpunktswinkel $\mu = 90°$, aber mit dem Radius

$$r_s = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

Die Dreiecksfläche ist a^2.

$$A_{sch} = \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2}a)^2 - a^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 2a^2 - a^2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \cdot a^2 = A_{blau}$$

Aufgabe 2.
Die Fläche des Kreissektors ist:

$$A_{KS} = \frac{\mu}{360°} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{70°}{360°} \cdot \pi \cdot (4\,\text{cm})^2 = \underline{9{,}77\,\text{cm}^2}$$

Die Fläche des Dreiecks ABM ist:

$$A_\Delta = \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin \mu = \frac{1}{2} (4\,\text{cm})^2 \cdot \sin 70° = \underline{7{,}52\,\text{cm}^2}$$

Die Fläche des Kreissektors ist, bezogen auf die Fläche des Dreiecks, um diesen Prozentsatz größer:

$$p = \frac{A_{KS} - A_\Delta}{A_\Delta} \cdot 100\% = \underline{30\%}$$

Aufgabe 3.
Der Umfang besteht aus zwei Kreisbögen plus der Radiuslänge.

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot b + r \\ &= 2 \cdot \tfrac{60°}{180°} \cdot \pi \cdot 1{,}5 + 1{,}5 \\ &= 4{,}64\ m \end{aligned}$$

Die Fläche setzt sich zusammen aus zwei Kreissektoren, von denen ein gleichseitiges Dreieck abzuziehen ist.

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot A_{SEK} - A_\Delta \\ &= 2 \cdot \tfrac{60°}{360°} \cdot \pi 1{,}5^2 - \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}5^2 \cdot \sin 60° \\ &= 1{,}38\ m^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.
Die Fläche setzt sich zusammen aus einem gleichseitigem Dreieck der Länge $2r$ minus drei sechstel Kreisen, also einem Halbkreis mit Radius r.

$$\begin{aligned} A &= A_\Delta - A_{HK} \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot (2r)^2 \cdot \sin(60°) - \tfrac{1}{2} \pi r^2 \\ &= (\sqrt{3} - \tfrac{1}{2}\pi)\ r^2 \\ &= 0{,}16 \cdot r^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 5.
Wir rechnen: Fläche = Großer Kreissektor minus Halbkreis plus kleines Kreissegment.
Kleines Kreissegment = Kleiner Kreissektor minus kleines gleichseitiges Dreieck.

$$\begin{aligned} A &= A_{SEK} - A_{HK} + (A_{sek} - A_\Delta) = A_{SEK} - A_{HK} + A_{sek} - A_\Delta \\ &= \tfrac{60°}{360°} \cdot \pi (2r)^2 - \tfrac{1}{2}\pi r^2 + \tfrac{60°}{360°} \cdot \pi r^2 - \tfrac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin(60°) \\ &= (\tfrac{2}{3}\pi - \tfrac{1}{2}\pi + \tfrac{1}{6}\pi - \tfrac{1}{4}\sqrt{3})\ r^2 = (\tfrac{1}{3}\pi - \tfrac{1}{4}\sqrt{3})\ r^2 \\ &= 0{,}614\ r^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 6. a)
In die Figur können zwei gleichseitige Dreiecke mit der Seitenlänge a einbeschrieben werden. Die äußere Linsenform besteht aus zwei Kreissegmenten mit dem Radius a und dem Mittelpunktswinkel $\mu = 120°$. Ein solches Kreissegment hat den Flächeninhalt:

$$A_1 = \frac{\mu}{360°} \cdot \pi a^2 - \frac{1}{2}a^2 \cdot \sin\mu = \frac{\pi}{3}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

Die Iris ist ein Kreis mit dem Radius $a/2$. Ihre Fläche ist:

$$A_2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}a^2$$

Die Pupille setzt sich zusammen aus zwei Kreissegmenten mit dem Radius a und dem Mittelpunktswinkel $\mu = 60°$:

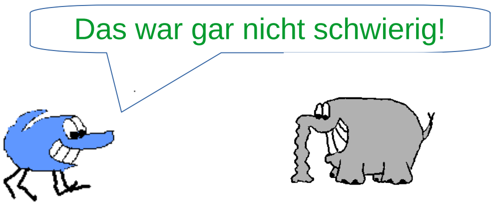
$$A_3 = \frac{\mu}{360°} \cdot \pi a^2 - \frac{1}{2}a^2 \cdot \sin\mu = \frac{\pi}{6}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

Die gesamte blaue Fläche setzt sich zusammen aus:

$$\begin{aligned}
A_{ges} &= 2 \cdot A_1 - A_2 + 2 \cdot A_3 \\
A_{ges} &= 2(\cdot\tfrac{\pi}{3}a^2 - \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2) - \tfrac{\pi}{4}a^2 + 2(\tfrac{\pi}{6}a^2 - \tfrac{\sqrt{3}}{4}a^2) \\
A_{ges} &= a^2 \cdot (\tfrac{2\pi}{3} - \tfrac{\sqrt{3}}{2} - \tfrac{\pi}{4} + \tfrac{\pi}{3} - \tfrac{\sqrt{3}}{2}) \\
A_{ges} &= a^2 \cdot (\tfrac{3\pi}{4} - \sqrt{3}) \quad (*)
\end{aligned}$$

Aufgabe 6. b)
Wir setzen $a = 8\,\text{cm}$ in $(*)$ ein und erhalten:

$$A_{ges} = (8\,\text{cm})^2 \cdot (\frac{3\pi}{4} - \sqrt{3}) = 64\,\text{cm}^2 \cdot 0{,}624 = 39{,}9\,\text{cm}^2$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt