Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)
$r = d/2 = 14\,\text{mm}$; $\qquad O = 4\pi r^2 = 2463\,\text{mm}^2 \approx 24{,}6\,\text{cm}^2$
Aufgabe 1. b)

$$\begin{aligned}
O &= 4\pi r^2 && \mid : 4\pi \\
\tfrac{O}{4\pi} &= r^2 && \mid \sqrt{} \\
\sqrt{\tfrac{O}{4\pi}} &= r \\
r &= \sqrt{\tfrac{100\,\text{cm}^2}{4\pi}} && = 2{,}82\,\text{cm} \\
d &= 2 \cdot 2{,}82\,\text{cm} && = 5{,}64\,\text{cm}
\end{aligned}$$

Aufgabe 1. c)
$d = 2r = 11{,}78\,\text{m}$; $\qquad O = 4\pi r^2 = 436\,\text{m}^2$
Aufgabe 2.
Wir setzen $V = O$ und lösen nach r auf:

$$\begin{aligned}
4\pi r^2 &= \tfrac{4}{3}\pi r^3 && \mid : 4\pi \\
r^2 &= \tfrac{1}{3} r^3 && \mid \cdot 3 : r^2 \\
3 &= r
\end{aligned}$$

Wenn der Radius einer Kugel 3 Längeneinheiten beträgt, dann ist die Maßzahl des Flächeninhalts gleich der des Volumens: $V = O = 36\pi$.
Aufgabe 3.
Wir stellen uns eine Kugel vor, die gerade in einen Würfel hineinpasst. Dann ist der Radius der Kugel r und die Kantenlänge des Würfels $2r$. Die Kugeloberfläche ist dann O_K, die Oberfläche des Würfels ist O_W; es gilt:

$$\frac{O_W - O_K}{O_K} \cdot 100\% = \frac{6 \cdot (2r)^2 - 4\pi r^2}{4\pi r^2} \cdot 100\% = \frac{24 - 4\pi}{4\pi} \cdot 100\% = 91\%$$

Die Würfeloberfläche ist also um 91% größer, unabhängig von r.
Aufgabe 4.
Durch Umstellen der Volumenformel erhalten wir den Radius:

$$r = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 3}{4\pi}} = 11{,}15\,\text{cm}$$

Mit diesem berechnen wir die Oberfläche:

$$O = 4\pi r^2 = 1561\,\text{cm}^2$$

Ein flächengleiches Rechteck hätte dann z.B. die Maße:

$$1561\,\text{cm}^2 : 50\,\text{cm} = 31\,\text{cm}$$

Also wäre es 50 cm lang und 31 cm breit (Die 50 cm sind völlig willkürlich gewählt).
Aufgabe 5. a)
Die Oberfläche dieser Halbkugel ist:

$$O = 2\pi r^2 = 2\pi \cdot (20\,\text{m})^2 = 2513\,\text{m}^2$$

Aufgabe 5. b)
Das Volumen des verbauten Glases ist

$$V = \frac{m}{\varrho} = \frac{240\ t}{2{,}4\ t \cdot m^{-3}} = 100\,\text{m}^3$$

Wir treffen die Näherung, dass dieses Volumen gleich die Fläche mal die Glasdicke ist, dann ist:

$$d = \frac{V}{O} = \frac{100\,\text{m}^3}{2513\,\text{m}^2} \approx 0{,}04\,\text{m} = 4\,\text{cm}$$

Aufgabe 6.
Die Kugeloberfläche ist mit dem Radius r:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 4{,}9\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad O = 4\pi r^2 = 304\,\mathrm{cm}^2$$

Die Halbkugeloberfläche ist mit dem Radius r:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}} = 6{,}2\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad O = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 363\,\mathrm{cm}^2$$

Die Würfeloberfläche ist mit der Kantenlänge a:

$$a = \sqrt[3]{500\,\mathrm{cm}^3} = 7{,}9\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad O = 6r^2 = 378\,\mathrm{cm}^2$$

Wir setzen die Kugeloberfläche = 100. Das Verhältnis der Oberflächen Kugel : Halbkugel : Würfel ist dann

$$100 : 119 : 124$$

Aufgabe 7.
Der Radius r nimmt um ein Zehntel zu und ist dann 1,1 r. Die prozentuale Zunahme der Oberfläche errechnet sich dann mit der Formel:

$$(\frac{O_{neu}}{O_{alt}} - 1) \cdot 100\% = (\frac{4\pi(1{,}1r)^2}{4\pi r^2} - 1) \cdot 100\% = (\frac{1{,}1^2}{1} - 1) \cdot 100\% = (1{,}21 - 1) \cdot 100\% = 21\%$$

Aufgabe 8. a)
Wir berechnen das Volumen eines Sandkorns:

$$V_s = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}5\,\mathrm{mm})^3 = 0{,}52\,\mathrm{mm}^3$$

Alle Sandkörner haben das Volumen:

$$V_a = \frac{m}{\varrho} = 100\,\mathrm{cm}^3 = 100\,000\,\mathrm{mm}^3$$

Die Anzahl der Sandkörner erhalten wir, indem wir den Quotienten bilden:

$$n = \frac{V_a}{V_s} = 190000$$

Wir multiplizieren diese Anzahl mit dem Durchmesser eines Korns und finden für die Länge l der Sandkornreihe:

$$l = 190000 \cdot 0{,}001\,\mathrm{m} = 190\,\mathrm{m}$$

Aufgabe 8. b)
Die Oberfläche eines Sandkorns ist:

$$O_s = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (0{,}5\,\mathrm{mm})^2 = 3{,}14\,\mathrm{mm}^2$$

Die Gesamtoberfläche der Sandprobe ist:

$$O_a = n \cdot O_s = 596\,903\,\mathrm{mm}^2 \approx 0{,}6\,\mathrm{m}^2$$

Aufgabe 8. c)
Doppelter Radius ⇒ achtfaches Kornvolumen ⇒ ein Achtel Anzahl der Körner ⇒

$$l_d = l \cdot 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{4} l$$

⇒ Die Länge der Sandreihe verkürzt sich auf ein Viertel.
Aufgabe 8. d)
Doppelter Radius ⇒ vierfache Kornoberfläche, aber wir haben auch hier 8-mal weniger Körner.

$$\Rightarrow O_d = O \cdot 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2} O$$

⇒ Die Oberfläche des Sandes verringert sich auf die Hälfte.
Aufgabe 9. a)
Die Fläche eines kleinen Sonnenflecks ist

$$A_k = \pi r^2 = \pi \cdot (7{,}5\,\mathrm{km})^2 = 350\,\mathrm{km}^2 = 3{,}5 \cdot 10^2\,\mathrm{km}^2$$

Die Fläche eines großen Sonnenflecks ist

$$A_g = \pi r^2 = \pi \cdot (75\,000\,\mathrm{km})^2 = 3{,}50 \cdot 10^{10}\,\mathrm{km}^2$$

Die Fläche kann also um den Faktor

$$\frac{A_g}{A_k} = 10^8$$

variieren.

Aufgabe 9. b)

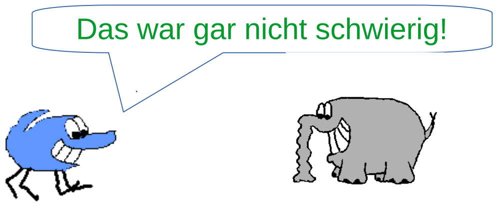
Die Erdoberfläche beträgt:

$$O_E = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (6370\,\mathrm{km})^2 = 5{,}1 \cdot 10^8\,\mathrm{km}^2$$

Ein großer Sonnenfleck ist um den Faktor

$$\frac{A_g}{O_E} = 68$$

größer als der Oberflächeninhalt der Erde.



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt