Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)
Der Ergebnisraum ist (Euro zurück = E; Getränk erhalten = G):

$$\Omega = \{E \cap G; E \cap \bar{G}; \bar{E} \cap G; \bar{E} \cap \bar{G}\}$$

	E	$\bar{E}$	
G	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{G}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

Aufgabe 1. b)
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist

$$P(G \cap \bar{E}) = \frac{1}{6}$$

Aufgabe 1. c)
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist für dieses ausschließende ,,Oder:

$$P(G \cap \bar{E}) + P(\bar{G} \cap E) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 1. d)
Die gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit ist nach dem Satz von Bayes:

$$P_{\bar{E}}(G) = \frac{P(\bar{E} \cap G)}{P(\bar{E})} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 1. e)
Analog zu d) gilt:

$$P_G(E) = \frac{P(G \cap E)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

Aufgabe 2.
B: Bildstörung; T: Tonstörung.
$P(B) = 0{,}1$
$P_B(T) = 0{,}7$
$P_{\overline{B}}(\overline{T}) = 0{,}95$
Dies ist ein Umkehrproblem, wir berechnen es mit der Formel von Bayes für die bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_T(\overline{B}) = \frac{P(T \cap \overline{B})}{P(T)} \qquad (*)$$

Für die gesuchten Wahrscheinlichkeiten erstellen wir eine Vierfeldertafel:

$$\begin{aligned} P(\overline{T} \cap \overline{B}) &= P(\overline{B}) \cdot P_{\overline{B}}(\overline{T}) &&= 0{,}9 \cdot 0{,}95 &&= 0{,}855 \\ P(T \cap B) &= P(B) \cdot P_B(T) &&= 0{,}1 \cdot 0{,}7 &&= 0{,}07 \end{aligned}$$

	B	$\overline{B}$	
T	0,07	0,045	0,115
$\overline{T}$	0,03	0,855	0,885
	0,1	0,9	1,00

Also ist (*), die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$P_T(\overline{B}) = \frac{0{,}045}{0{,}115} = 0{,}3913 \approx 39\%$$

Aufgabe 3. a)

$$h(H) = \frac{8}{50} = 0{,}16 \qquad h(K) = \frac{5}{50} = 0{,}10$$

Aufgabe 3. b)

	H	$\overline{H}$	
K	0,04	0,06	0,10
$\overline{K}$	0,12	0,78	0,90
	0,16	0,84	1,00

Wir lesen ab:

$$h(\overline{K} \cap \overline{H}) = 0{,}78 \qquad h(K \cap \overline{H}) = 0{,}06 \qquad h(K \cup H) = 0{,}12 + 0{,}04 + 0{,}06 = 0{,}22$$

Aufgabe 4. a)

Absolute Häufigkeiten:

	E	$\overline{E}$	
F	17	11	28
$\overline{F}$	20	12	32
	37	23	60

Relative Häufigkeiten:

	E	$\overline{E}$	
F	0,28	0,18	0,46
$\overline{F}$	0,34	0,20	0,54
	0,62	0,38	1

Aufgabe 4. b)

$$h(A) = 1 - h(\overline{E} \cap \overline{F}) = 0{,}80$$

Aufgabe 5

	Etikett: Erdbeere	**Etikett: Himbeere**	**Summe**
Füllung: Erdbeere	$0{,}80 \cdot 0{,}90 = 0{,}72$	$0{,}80 \cdot 0{,}10 = 0{,}08$	0,80
Füllung: Himbeere	$0{,}20 \cdot 0{,}05 = 0{,}01$	$0{,}20 \cdot 0{,}95 = 0{,}19$	0,20
Summe	0,73	0,27	1,00

- Falsch etikettierte Gläser: $0{,}08 + 0{,}01 = 0{,}09 = \boxed{9\,\%}$
- Bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P(\text{Himbeermarmelade} \mid \text{Etikett Himbeere}) = \frac{0{,}19}{0{,}27} \approx \boxed{70{,}37\,\%}$$

Aufgabe 6

	Mag Mathe	**Mag kein Mathe**	**Summe**
Bunte Socken	30	60−30 = 30	60
Keine bunten Socken	45−30 = 15	100−30−30−15 = 25	40
Summe	45	55	100

- Gäste ohne bunte Socken und ohne Matheliebe: $\boxed{25}$
- Unabhängigkeit: Prüfe $P(\text{Mag Mathe} \mid \text{Bunte Socken}) = \frac{30}{60} = 0{,}5$ und $P(\text{Mag Mathe}) = \frac{45}{100} = 0{,}45 \Rightarrow$ Nicht gleich $\Rightarrow$ **nicht unabhängig**

Aufgabe 7

Da die Ereignisse unabhängig sind:

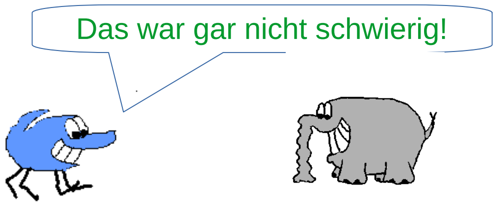
$$P(A \text{ gerade} \cap B \text{ gerade}) = P(A \text{ gerade}) \cdot P(B \text{ gerade}) = 0{,}70 \cdot 0{,}40 = \boxed{0{,}28}$$

Vierfeldertafel:

	B gerade (0,40)	**B ungerade (0,60)**	**Summe**
A gerade (0,70)	0,28	$0{,}70 - 0{,}28 = 0{,}42$	0,70
A ungerade (0,30)	$0{,}40 - 0{,}28 = 0{,}12$	$0{,}30 - 0{,}12 = 0{,}18$	0,30
Summe	0,40	0,60	1,00

Wahrscheinlichkeit: mindestens ein Würfel zeigt gerade:
Wir verwenden den Gegenwahrscheinlichkeitsansatz:

$$P(\text{mindestens einer gerade}) = 1 - P(\text{beide ungerade}) = 1 - 0{,}18 = \boxed{0{,}82}$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt