Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)
Die Funktion ist an der Stelle, an der der Ausdruck zwischen den Betragsstrichen Null wird, also bei $x = 1$ eventuell nicht differenzierbar.
Aufgabe 1. b)
Es gilt:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)+1} = \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ \frac{1}{-(x-1)+1} = \frac{1}{2-x} & x < 1 \end{cases}$$

$\underline{Fall 1. \quad x \geq 1}$

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 1} \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{1}}{x-1} &= \lim_{x\to 1} \frac{\frac{1-x}{x}}{x-1} \\ = \lim_{x\to 1} -\frac{1}{x} &= -1 \end{aligned}$$

$\underline{Fall 2. \quad x < 1}$

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 1} \frac{\frac{1}{2-x}-\frac{1}{2-1}}{x-1} &= \lim_{x\to 1} \frac{\frac{1-2+x}{2-x}}{x-1} \\ = \lim_{x\to 1} \frac{1}{2-x} &= 1 \end{aligned}$$

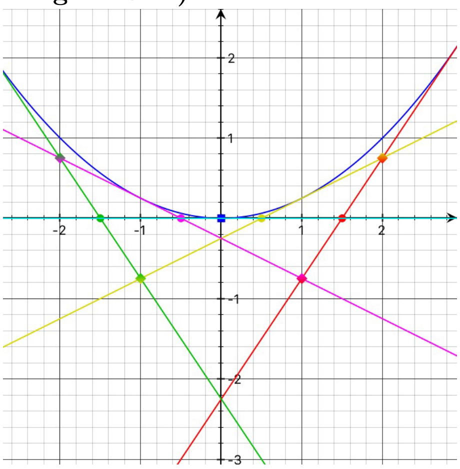
Der linksseitige Wert des Differenzenquotienten stimmt nicht mit dem rechtsseitigen überein. Daraus folgt, dass die Funktion an der Stelle $x = 1$ nicht differenzierbar ist.
Aufgabe 1. c)
Die Funktion $f(x) = |x + 3|$ ist an der Stelle $x = -3$ nicht differenzierbar.
Aufgabe 2. a)
Die Steigung ist Null in den Punkten, wo die Funktion waagrecht verläuft, also

$$f'(x) = 0 \quad \text{für} \quad x \in [4; 6] \vee x = 8$$

Aufgabe 2. b)
Die Funktion ist nicht differenzierbar, wo sie Knickstellen aufweist, also in

$$x \in \{4; 6\}$$

Aufgabe 3. a)



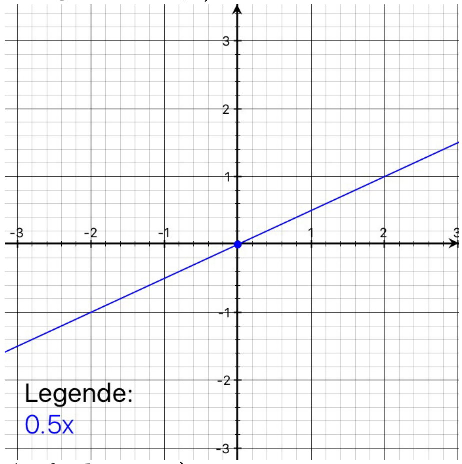
Aufgabe 3. b)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{0{,}25(x+h)^2 - 0{,}25x^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{0{,}25x^2 + 0{,}5xh + 0{,}25h^2 - 0{,}25x^2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{h(0{,}5x+h)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} 0{,}5x + h = 0{,}5x \end{aligned}$$

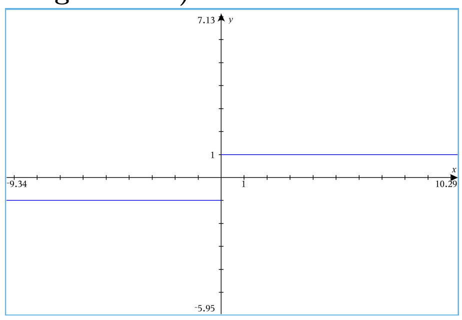
Aufgabe 3. c)

$f'(-3)$	$=$	$-1{,}5$	$f'(-1)$	$=$	$-0{,}5$
$f'(0)$	$=$	0	$f'(1)$	$=$	$0{,}5$
$f'(3)$	$=$	$1{,}5$			

Aufgabe 3. d,e)

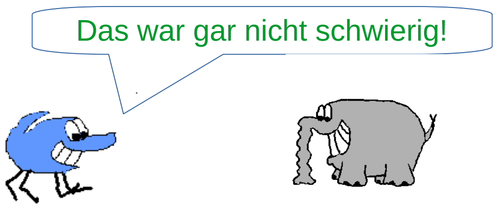


Aufgabe 4. a)



Aufgabe 4. b)

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt