

Aufgabe 1.

Kettenregel:

$$f'(x) = \frac{1}{2}(5x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 10x$$

Aufgabe 1. b)

Produkt- und Kettenregel:

$$g'(x) = \ln(9 - x^2) - x \cdot \frac{2x}{9 - x^2}$$

Aufgabe 2. a)

Der Numerus des Logarithmus muss größer als Null sein:

$$2x - 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > 1,5$$

$$\mathbb{D}_f = [1,5; \infty[$$

Diese stetige Funktion untersuchen wir auf Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 1,5} \ln(2x - 3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(2x - 3) = +\infty$$

$$\Rightarrow \mathbb{W}_f = \mathbb{R}$$

Aufgabe 2. b)

Wir berechnen zuerst die Nullstelle des Graphen von f:

$$\ln(2x - 3) = 0 \quad |e^{(\dots)}$$

$$2x - 3 = e^0 = 1 \quad | + 3$$

$$2x = 4 \quad | : 2$$

$$x_0 = 2$$

Dann leiten wir die Funktion ab:

$$f'(x) = \frac{2}{2x - 3}$$

Eine Tangente erfüllt die Geradengleichung

$$y = m \cdot x + t$$

mit

$$y = f(2) = 0$$

$$m = f'(2) = \frac{2}{4-3} = 2$$

$$y = mx + t \Rightarrow 0 = 2 \cdot 2 + t \quad | - 4$$

$$t = -4$$

Die Gleichung der Tangente ist

$$y = 2x - 4$$

Aufgabe 2. c)

Die Funktion ist in ihrem Definitionsbereich streng monoton steigend, weil gilt:

$$f'(x) > 0 \quad \forall \quad (\text{für alle}) \quad x \in \mathbb{D}_f$$

Begründung: Ein Bruch nimmt den Wert Null an, wenn der Zähler null wird. Im Term $f'(x) = \frac{2}{2x-3}$ kann der Zähler jedoch nicht null werden, egal, was man für x einsetzt. Die Umkehrfunktion lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\ln(2x - 3) = y \quad |e^{(\dots)}$$

$$2x - 3 = e^y \quad | + 3$$

$$2x = e^y + 3 \quad | : 2$$

$$x = \frac{e^y + 3}{2} \quad | x \rightleftharpoons y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{e^x + 3}{2}$$

Die Definitionsmenge einer Umkehrfunktion ist gleich der Wertemenge der ursprünglichen Funktion, also

$$\mathbb{D}_{f^{-1}} = \mathbb{R}$$

Aufgabe 3. a)

Wir leiten $f(x)$ mit der Produkt- und Kettenregel ab:

$$f'(x) = e^{1-x} + x \cdot e^{1-x} \cdot (-1) = (1-x) \cdot e^{1-x}$$

Aufgabe 3. b)

Für die Untersuchung des Monotonieverhaltens setzen wir zunächst $f'(x) = 0$:

$$\begin{aligned} (1-x) \cdot e^{1-x} &= 0 & | : e^{1-x} & \quad e^{(\dots)} \text{ kann nie null werden} \\ 1-x &= 0 & | + x \\ 1 &= x \end{aligned}$$

Um die Stelle $x = 1$ untersuchen wir das Monotonieverhalten der Funktion mittels Vorzeichentabelle:

	$x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
e^{1-x}	+	+	+
$(1-x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$ sms	$\rightarrow$ H	$\searrow$ smf

Die Funktion ist streng monoton steigend für $x \in]-\infty; 1[$.

Die Funktion ist streng monoton fallend für $x \in]1; \infty[$.

Der Hochpunkt an der Stelle $x = 1$ hat die y-Koordinate:

$$y = f(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad H(1|1)$$

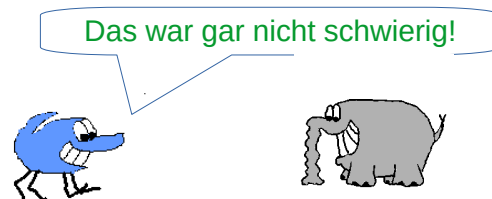
Aufgabe 3. c)

Wir leiten die vorgeschlagene Stammfunktion F ab und vergleichen sie mit f :

$$\begin{aligned} F'(x) &= e^{1-x} - (1-x) \cdot e^{1-x} \\ &= (1 - (1-x)) \cdot e^{1-x} \\ &= x \cdot e^{1-x} = f(x) \end{aligned}$$

Die Nullstelle von F ist bei:

$$\begin{aligned} -e^{1-x} - x \cdot e^{1-x} &= 0 \\ e^{1-x}(-1-x) &= 0 & | : e^{1-x} \\ (-1-x) &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$



Hier geht es zurück zum [Aufgabenblatt](#)