Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1.
a)
$$(x+7)(x+11)$$
b)
$$2x^2-14x \overset{\text{AUS}}{=} 2x(x-7)$$
c) Beim Faktorisieren mit der Lösungsformel muss der Faktor vor dem x^2 berücksichtigt werden:
$$x_{1/2}=\frac{2\pm\sqrt{4-2\cdot(-\frac{3}{2})}}{4} \Rightarrow \quad x_1=-\frac{1}{2}; \quad x_2=\frac{3}{2} \Rightarrow f(x)=2\cdot(x+\frac{1}{2})(x-\frac{3}{2})$$
d) die Polynomdivision liefert:
$$\begin{array}{l}
\big(\;\; 2x^3-9x^2+7x+6\big):\big(x-3\big)=2x^2-3x-2 \\
\underline{-2x^3+6x^2} \\
\qquad -3x^2+7x \\
\qquad \underline{\;\;3x^2-9x} \\
\qquad\qquad -2x+6 \\
\qquad\qquad \underline{\;\;2x-6} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$
Wir Faktorisieren mit der Lösungsformel, der Faktor vor dem x^2 ist wieder 2:
$$f(x)=(x-3)(2x^2-3x-2)\overset{\text{LÖS}}{=}2\cdot(x-3)(x+0{,}5)(x-2)$$

Aufgabe 2.
a) Wir substituieren $u=x^2$ und zerlegen daraufhin:
$$f(x)=u^2-13u+36\overset{\text{VIE}}{=}(u-4)(u-9)\Rightarrow u_1=4; \quad u_2=9$$
$$\text{Rücksubstitution:} \quad x_1=2 \qquad x_2=-2 \qquad x_3=3 \qquad x_4=-3$$
$$f(x)=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$$
b) Hier bietet sich das Ausklammern an, da überall x vorkommt. Anschließend wenden wir die Lösungsformel an:
$$x^2(2x^2+x-10)=0\Rightarrow x_{1/2}=0$$
$$x_{3/4}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot2\cdot(-10)}}{2\cdot2} \quad\Rightarrow\quad x_3=-2{,}5 \quad x_4=2$$
$$f(x)=2x^2(x+2{,}5)(x-2)$$
c) Die Polynomdivision ergibt:
$$\begin{array}{l}
\big(\;\; x^3\;\;+x^2-102x+360\big):\big(x+12\big)=x^2-11x+30 \\
\underline{-x^3-12x^2} \\
\qquad -11x^2-102x \\
\qquad \underline{\;\;11x^2+132x} \\
\qquad\qquad 30x+360 \\
\qquad\qquad \underline{-30x-360} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$
Nun kommt der Satz von Vieta zur Geltung:
$$f(x)=(x+12)(x^2-11x+30)=(x+12)(x-5)(x-6)$$
d) zuerst klammern wir x^2 aus und erhalten:
$$f(x)=x^2\cdot(5x^4-30x^2-275)=0 \qquad x_{1/2}=0$$

in dem zweiten Term substituieren wir $u = x^2$:

$$5u^2 - 30u - 275 = 0 \qquad |:5$$

Nun können wir diese quadratische Gleichung lösen (LÖS; VIE):

$$u^2 - 6u - 55 = 0 = (u - 11) \cdot (u + 5)$$

Rücksubstitution liefert:

$$x^2 = 11 \Rightarrow x_3 = \sqrt{11}\,; \quad x_4 = -\sqrt{11}$$

$$x^2 = -5 \quad \text{keine weitere Lösung}$$

e) Zuerst klammern wir x aus:

$$x \cdot (x^4 + 6x^3 + 5x^3 - 24x - 36) = 0\,; \quad x_1 = 0$$

Dann unterwerfen wir den Term zweier Polynomdivisionen:

$$\begin{array}{l}
\big(\quad x^4 + 6x^3 \;\; + 5x^2 - 24x - 36\big) : \big(x - 2\big) = x^3 + 8x^2 + 21x + 18 \\
\underline{-x^4 + 2x^3} \\
\qquad\quad 8x^3 \;\; + 5x^2 \\
\qquad \underline{-8x^3 + 16x^2} \\
\qquad\qquad\quad 21x^2 - 24x \\
\qquad\qquad \underline{-21x^2 + 42x} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 18x - 36 \\
\qquad\qquad\qquad \underline{-18x + 36} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

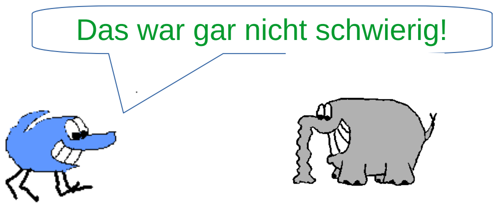
$$\begin{array}{l}
\big(\quad x^3 + 8x^2 + 21x + 18\big) : \big(x + 2\big) = x^2 + 6x + 9 \\
\underline{-x^3 - 2x^2} \\
\qquad\quad 6x^2 + 21x \\
\qquad \underline{-6x^2 - 12x} \\
\qquad\qquad\quad 9x + 18 \\
\qquad\qquad \underline{-9x - 18} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Der erhaltene Term erinnert an eine binomische Formel:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Also sind die weiteren Lösungen:

$$x_{4/5} = -3$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt