Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \qquad \lim_{x\to\infty} -x^3+3x^2 = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} -x^3+3x^2 = +\infty \quad \Rightarrow \quad \mathbb{W}_f = \mathbb{R}$$

Aufgabe 1. b)

$$f(-x) = -(-x)^3 + 3(-x)^2 = x^3 + 3x^2 \neq f(x) \neq -f(x) \quad \Rightarrow \quad \text{keine Symmetrie}$$

Aufgabe 1. c)

$$\begin{aligned} -x^3+3x^2 &= 0 \\ x^2(-x+3) &= 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2}=0 \quad \text{doppelte Nullstelle} \\ -x+3 &= 0 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 3 \quad \text{einfache Nullstelle} \end{aligned}$$

Aufgabe 1. d)

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^3+3x^2 \\ f'(x) &= -3x^2+6x \\ f''(x) &= -6x+6 \\ f'''(x) &= -6 \end{aligned}$$

Aufgabe 1. e)
Wir bestimmen die Nullstellen der Ableitung

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2+6x \overset{!}{=} 0 \\ 0 &= x(-3x+6) \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \\ 0 &= -3x+6 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

Monotonietabelle:

	$x<0$	$x=0$	$0<x<2$	$x=2$	$x>2$
x	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$-3x+6$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
G_f	$\searrow$	$\rightarrow$	$\nearrow$	$\rightarrow$	$\searrow$
	smf	T	sms	H	smf

$$f(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Tiefpunkt} \quad T(0|0)$$
$$f(2) = 4 \quad \Rightarrow \quad \text{Hochpunkt} \quad H(2|4)$$

G_f ist streng monoton fallend für $x \in]-\infty;0] \vee [2;\infty[$
G_f ist streng monoton steigend für $x \in [0;2]$

Aufgabe 1. f)
Wir bestimmen die Nullstellen der zweiten Ableitung

$$\begin{aligned} f''(x) &= -6x+6 \overset{!}{=} 0 \\ 0 &= -6x+6 \quad\Rightarrow\quad x=1 \end{aligned}$$

Krümmungstabelle:

	$x<1$	$x=1$	$x>1$
$-6x+6$	$+$	0	$-$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
G_f	$\curvearrowleft$	$\rightarrow$	$\curvearrowright$
	lk	W	rk

$$f(1)=2 \quad\Rightarrow\quad \text{Wendepunkt} \quad W(1|2)$$

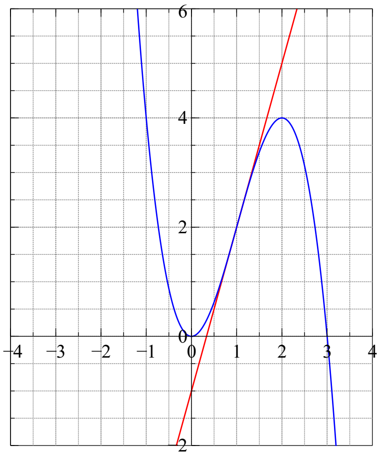
G_f ist linksgekrümmt für $x \in]-\infty;1]$
G_f ist rechtsgekrümmt für $x \in]1;\infty[$

Aufgabe 1. g)
Die Tangente hat die Form $y = mx+t$ mit:

$$x = x_w = 1 \qquad y = y_w = 2 \qquad m = f'(1) = 3$$

$$\begin{aligned} y &= mx+t \\ 2 &= 3\cdot 1+t \\ t &= -1 \qquad\qquad \Rightarrow \qquad y = 3\cdot x - 1 \end{aligned}$$

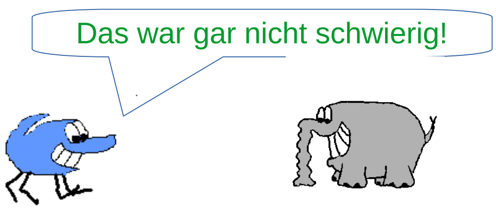
Aufgabe 1. h)



Aufgabe 1. i)

$$\int_0^3 (-x^3+3x^2)\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{4}x^4+x^3\right]_0^3 =$$

$$= -\frac{81}{4}+27 = 6{,}75 \text{ FE}$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt