

Aufgabe 1. a)

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^x = \infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = 0$$

Aufgabe 1. b)

$$f(-x) = -x \cdot e^{-x} \neq f(x) \neq -f(x) \Rightarrow \text{keine Symmetrie}$$

Aufgabe 1. c)

$$x \cdot e^x = 0$$

$$e^x \neq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ einzige, einfache Nullstelle}$$

Aufgabe 1. d)

$$f(x) = x \cdot e^x$$

$$f'(x) = (x+1) \cdot e^x$$

$$f''(x) = (x+2) \cdot e^x$$

$$f'''(x) = (x+3) \cdot e^x$$

Aufgabe 1. e)

Wir bestimmen die Nullstellen der Ableitung

$$f'(x) = (x+1) \cdot e^x \stackrel{!}{=} 0$$

$$x = -1$$

Monotonietabelle:

	$x < -1$	$x = -1$	$x > -1$
$(x+1)$	-	0	+
e^x	+	+	+
$f'(x)$	-	0	+
G_f	$\searrow$	$\rightarrow$	$\nearrow$
	<i>smf</i>	<i>T</i>	<i>smf</i>

$$f(-1) = -\frac{1}{e} \Rightarrow \text{Tiefpunkt } T(-1 | -\frac{1}{e})$$

G_f ist streng monoton fallend für $x \in]-\infty; -1]$

G_f ist streng monoton steigend für $x \in [-1; \infty[$

Aufgabe 1. f)

Wir bestimmen die Nullstellen der zweiten Ableitung

$$\begin{aligned} f''(x) &= (x+2) \cdot e^x \stackrel{!}{=} 0 \\ 0 &= (x+2) \quad \Rightarrow \quad x = -2 \end{aligned}$$

Krümmungstabelle:

	$x < -2$	$x = -2$	$x > -2$
e^x	+	+	+
$(x+2)$	-	0	+
$f''(x)$	-	0	+
G_f	$\cap$	$\rightarrow$	$\cup$
	rk	W	lk

$$f(-2) = -2e^{-2} \Rightarrow \text{Wendepunkt } W(-2 | -2e^{-2})$$

G_f ist rechtsgekrümmt für $x \in]-\infty; -2]$

G_f ist linksgekrümmt für $x \in [-2; \infty[$

Aufgabe 1. g)

Die Tangente hat die Form $y = mx + t$ mit:

$$x = x_w = -2 \quad y = y_w = -2e^{-2} \approx -0,27 \quad m = f'(-2) = -e^{-2}$$

$$y = mx + t$$

$$-2e^{-2} = -e^{-2} \cdot -2 + t$$

$$t = -4e^{-2} \quad \Rightarrow \quad y = -e^{-2} \cdot x - 4e^{-2}$$

Aufgabe 1. i)

$$F'(x) = e^x + (x-1) \cdot e^x = x \cdot e^x = f(x)$$

Aufgabe 1. j)

Wir berechnen die Nullstelle der Wendetangente:

$$0 = -e^{-2} \cdot x - 4e^{-2}$$

$$x = -4$$

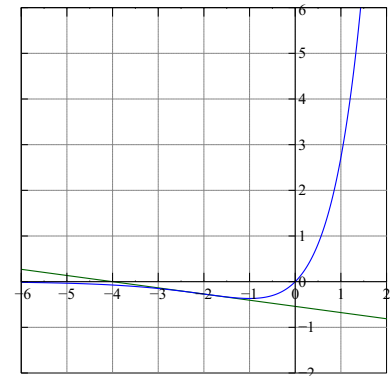
Die Fläche setzt sich aus zwei Teilstücken I_1 und I_2 zusammen:

$$I_1 = \int_{-4}^{-2} (-e^{-2} \cdot x - 4e^{-2}) dx = \left[-\frac{1}{2}e^{-2} \cdot x^2 - 4e^{-2}x \right]_{-4}^{-2} = -2e^{-2}$$

$$I_2 = \int_{-2}^0 x \cdot e^x dx = [(x-1) \cdot e^x]_{-2}^0 = 3e^{-2} - 1$$

Die Fläche ist dann:

$$A = |I_1 + I_2| = |e^{-1} - 1| \approx 0,632 \text{ FE}$$

Aufgabe 1. h)



Hier geht es zurück zum [Aufgabenblatt](#)