Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+ \qquad \lim_{x\to\infty} x\cdot\ln x = \infty \qquad \lim_{x\to 0} x\cdot\ln x = 0 \quad \text{vgl. Merkhilfe}$$

Aufgabe 1. b)

$$f(-x) = -x\cdot\ln(-x) \neq f(x) \neq -f(x) \quad \Rightarrow \quad \text{keine Symmetrie}$$

Aufgabe 1. c)

$$\begin{aligned} x\cdot\ln x &= 0 \\ x &= 0 \quad \notin \mathbb{D}_f \\ \ln x &= 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad \text{einfache Nullstelle} \end{aligned}$$

Aufgabe 1. d)

$$\begin{aligned} f(x) &= x\cdot\ln x \\ f'(x) &= \ln x + 1 \\ f''(x) &= \tfrac{1}{x} \\ f'''(x) &= -\tfrac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 1. e)
Wir bestimmen die Nullstellen der Ableitung

$$\begin{aligned} f'(x) &= \ln x + 1 \overset{!}{=} 0 \\ -1 &= \ln x \qquad \Rightarrow \quad x = e^{-1} \end{aligned}$$

Monotonietabelle:

	$x < e^{-1}$	$x = e^{-1}$	$x > e^{-1}$		
$\ln x + 1$	$-$	0	$+$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$		
G_f	$\searrow$	$\rightarrow$	$\nearrow$		
	smf	T	sms	H	smf

$$f(e^{-1}) = -e^{-1} \quad \Rightarrow \quad \text{Tiefpunkt} \quad T(e^{-1}|-e^{-1})$$

G_f ist streng monoton fallend für $x \in]0; e^{-1}]$
G_f ist streng monoton steigend für $x \in [e^{-1}; \infty]$

Aufgabe 1. f)
Es gibt keine Nullstellen der zweiten Ableitung wegen:

$$\frac{1}{x} > 0 \quad \text{für alle} \quad x \in \mathbb{D}_f$$

G_f ist überall linksgekrümmt

Aufgabe 1. g)
Die Tangente hat die Form $y = mx + t$ mit:

$$x = 1 \qquad y = 0 \qquad m = f'(1) = 1$$

$$\begin{aligned} y &= mx + t \\ 0 &= 1 \cdot 1 + t \\ t &= -1 \qquad \Rightarrow \qquad y = x - 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 1. h)

$$F'(x) = x \cdot \left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{x} = x \cdot \ln x = f(x)$$

Aufgabe 1. i)

$$\int_u^1 (x \cdot \ln x)\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}x^2 \cdot \left(\ln x - \frac{1}{2}\right)\right]_u^1 =$$

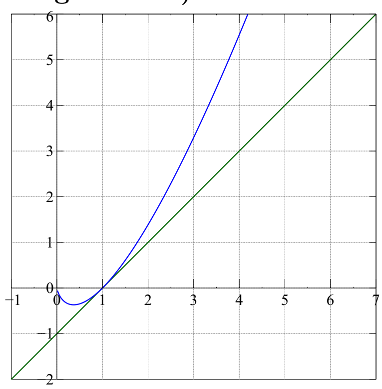
$$= \frac{1}{2} \cdot \left(0 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}u^2 \cdot \left(\ln u - \frac{1}{2}\right)$$

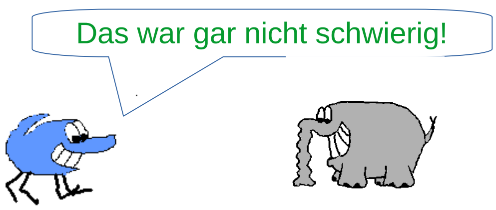
$$= -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}u^2 \cdot \left(\ln u - \frac{1}{2}\right)$$

$$\lim_{u \to 0} -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}u^2 \cdot \left(\ln u - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$A = \frac{1}{4}\ \text{FE}$$

Aufgabe 1. h)





Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt