Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)
Für E_1="Augensumme 2" gibt es folgende Möglichkeiten:

$$E_1 = \{20; 02; 11\}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Würfel eine 2 zeigt, ist $\frac{1}{6}$, für eine 1 ist sie $\frac{1}{2}$ und für eine 0 ist sie $\frac{1}{3}$. Also ist die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 2:

$$p(E_1) = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{36}$$

Aufgabe 1. b)

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$

Aufgabe 1. c)
Für E_2="3 gleichfarbige Kugeln" gibt es folgende Möglichkeiten:

$$E_2 = \{rrr; ggg; bbb\}$$

Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist:

$$p(E_2) = 3 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$$

Aufgabe 1. d)
Hierfür stellen wir einen Term für den Erwartungswert aus Sicht der Sendeleitung auf :

$$\begin{aligned} E(x) &= (2 - B) \cdot p(E_2) + 2 \cdot (1 - p(E_2)) \\ 1,25 &= \tfrac{2}{28} - B \cdot \tfrac{1}{28} + \tfrac{54}{28} \\ B &= 0,75 \cdot 28 = 21 \end{aligned}$$

Der Gewinn muss €21 betragen.
Aufgabe 2. a)

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis (i) entspricht einer Bernoullikette der Länge 10:

$$P^{10}_{\frac{1}{3}}(X = 5) = B(10; \frac{1}{3}; 5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 13,6\%$$

Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses (ii) formen wir um und lesen aus dem Tafelwerk ab:

$$P^{10}_{\frac{1}{3}}(4 \leq X \leq 8) = F^{10}_{\frac{1}{3}}(8) - F^{10}_{\frac{1}{3}}(3) = 0,999644 - 0,559264 = 44,0\%$$

Aufgabe 2. b)
Wir erstellen folgende Tabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung:

X_i	$-2,90$	$0,10$	$1,10$
$P(X_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

Der Erwartungswert $E(x)$ der Zufallsgröße ,,Gewinn" beträgt:

$$E(x) = -2,90 \cdot \frac{1}{3} + 0,1 \cdot \frac{1}{6} + 1,1 \cdot \frac{1}{2} = -0,4$$

Man macht also durchschnittlich €0,4 Verlust pro Spiel.
Aufgabe 3. a)
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist wieder eine Bernoullikette:

$$P^{12}_{0,03}(X = 2) = B(12; 0,03; 2) = \binom{12}{2} \cdot 0,03^2 \cdot 0,97^{10} = 4,4\%$$

Aufgabe 3. b)
Dies ist eine sogenannte Dreimal-Mindestens-Aufgabe: Wir arbeiten mit dem Gegenereignis:

$$\begin{aligned} 1 - P_p^{12}(X = 0) &\geq 0,9 \\ 1 - (1-p)^{12} &\geq 0,9 \\ (1-p)^{12} &\leq 0,1 \quad | \sqrt[12]{} \\ 1 - p &\leq 0,8254 \\ p &\geq 0,18 \quad \text{also} \quad p \geq 18\% \end{aligned}$$

Aufgabe 4. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für Y ist:

y_i	1450	1900	2350
$P(Y = y_i)$	0,6	0,1	0,3

Der Erwartungswert hierbei ist:

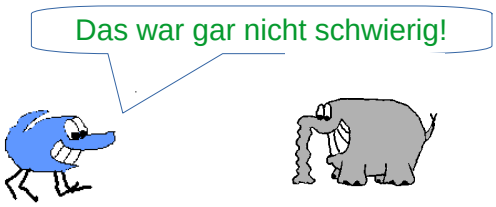
$$E(Y) = 1450 \cdot 0,6 + 1900 \cdot 0,1 + 2350 \cdot 0,3 = 1765$$

Die Varianz ist:

$$Var(Y) = (1450 - 1765)^2 \cdot 0,6 + (1900 - 1765)^2 \cdot 0,1 + (2350 - 1765)^2 \cdot 0,3 = 164025$$

Damit ist die Standardabweichung:

$$\sigma(Y) = \sqrt{164025} = 405$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt