Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2{,}5-(-2) \\ -3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ -6 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6-(-2) \\ 7{,}5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$$

Den Flächeninhalt berechnen wir mit der Determinante:

$$A = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AB}| = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4{,}5 & 8 \\ -6 & 4{,}5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot |20{,}25 + 48| = 34{,}125 \text{ FE}$$

Aufgabe 2. a)

Zunächst berechnen wir $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{AD}$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} &= \tbinom{10-2}{7-3} &&= \tbinom{8}{4} \\ \overrightarrow{AD} &= \tbinom{x-2}{-0{,}5x+5-3} &&= \tbinom{x-2}{-0{,}5x+2} \end{aligned}$$

Dann stellen wir die Determinante auf:

$$A(x) = \begin{vmatrix} 8 & x-2 \\ 4 & -0{,}5x+2 \end{vmatrix} = 8 \cdot (-0{,}5x+2) - 4(x-2)$$
$$A(x) = -4x + 16 - 4x + 8 = (-8x + 24) \text{ FE}$$

Aufgabe 2. b)

Wir setzen gleich:

$$\begin{aligned} A(x) = -8x + 24 &= 16 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Damit sind die Koordinaten $D(1|4{,}5)$

Aufgabe 3.

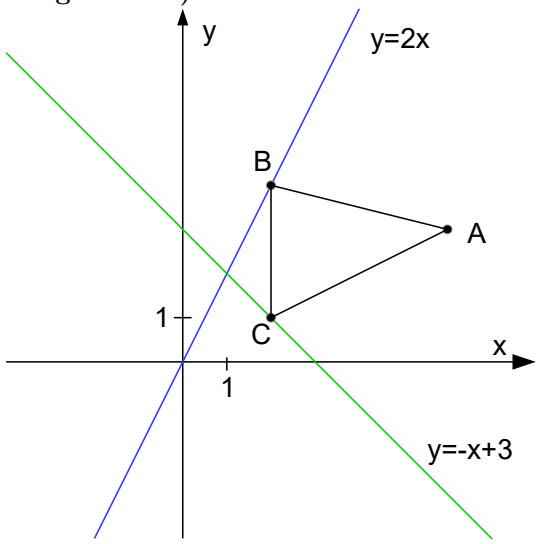
Bestimmung von $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \tbinom{x_B-2}{4-2} &&= \tbinom{x_B-2}{2} \\ \overrightarrow{AC} &= \tbinom{10-2}{8-2} &&= \tbinom{8}{6} \end{aligned}$$

Bestimmung von x_B mittels der Determinante:

$$\tfrac{1}{2}\begin{vmatrix} x_B-2 & 8 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = \tfrac{1}{2} \cdot (6(x_B-2) - 16)$$
$$\begin{aligned} 3x_B - 6 - 8 &= 19 \\ 3x_B &= 33 \\ x_B &= 11 \end{aligned}$$

Aufgabe 4. a)



Aufgabe 4. b)
Fläche = Grundseite mal Höhe :2, Grundseite = 2x-(-x+3); Höhe = 6-x.

$$A = \frac{1}{2} \cdot (3x-3) \cdot (6-x)$$

$$= \frac{1}{2}(-3x^2 + 18x + 3x - 18) = -1{,}5x^2 + 10{,}5x - 9 \quad \text{FE}$$

Aufgabe 4. c)
Quadratische Ergänzung:

$$\begin{aligned} A(x) &= -1{,}5(x^2 - 7x + 3{,}5^2 - 3{,}5^2) - 9 \\ &= -1{,}5[(x-3{,}5)^2 - 12{,}25] - 9 \\ &= -1{,}5(x-3{,}5)^2 + 9{,}375 \\ \hline A_{max} &= 9{,}375 \quad \text{für} \quad x = 3{,}5 \end{aligned}$$

Aufgabe 5. a) Der Flächeninhalt eines Rechteckes ist $A = \overline{OB_n} \cdot \overline{B_nC_n}$ Mit $\overline{OB_n} = x$ und $\overline{B_nC_n} = -0{,}4x + 4{,}9$ erhalten wir:

$$A = x \cdot (-0{,}4x + 4{,}9) = -0{,}4x^2 + 4{,}9x$$

Aufgabe 5. b) Extremwertbestimmung mittels quadratischer Ergänzung liefert:

$$A_{max} = 15{,}01 \qquad \text{für} \qquad x = 6{,}125$$

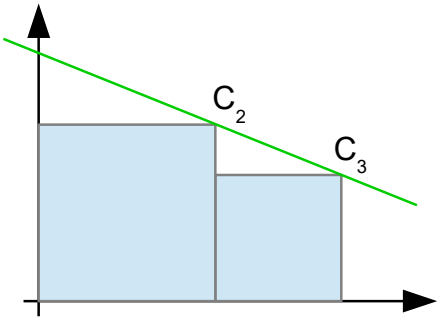
Aufgabe 5. c) Für den Eckpunkt C_2 des Quadrates $OB_2C_2D_2$ gilt: x- und y-Koordinate sind gleich. Wir lösen:

$$\begin{aligned} x &= -0{,}4x + 4{,}9 \quad | + 0{,}4x \\ 1{,}4x &= 4{,}9 \quad | : 1{,}4 \\ x &= 3{,}5 \quad \Rightarrow \quad C_2(3{,}5|3{,}5) \end{aligned}$$

Aufgabe 5. d) Die Seitenlänge des neuen Quadrates ist $x - 3{,}5$ Für den Eckpunkt C_3 des Quadrates B_2EC_3F gilt:

$$\begin{aligned} x - 3{,}5 &= -0{,}4x + 4{,}9 \\ 1{,}4x &= 8{,}4 \\ x &= 6 \quad \Rightarrow \quad C_3(6|2{,}5) \end{aligned}$$

Das neue Quadrat hat also die Seitenlänge 2,5.



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt