Lösungsblatt von www.okuyakl.de

**Aufgabe 1.**

$$\frac{1}{2} \cdot (8x + y)^2 = 32x^2 + 8xy + \frac{1}{2}y^2$$

**Aufgabe 2. a)**
Wir formen um:

$$-4x^2 + 2x + 2 \geq 0$$

Zum Faktorisieren setzen wir in die Mitternachtsformel ein:

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 2}}{2 \cdot (-4)} = \frac{-2 \pm 6}{-8}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} \qquad x_2 = 1$$

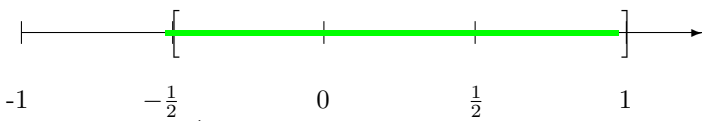
Mit den erhaltenen Lösungen und dem Vorfaktor $a = -4$ formen wir um zu:

$$-4\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1) \geq 0 \qquad (*)$$

Für dieses Produkt erstellen wir eine Vorzeichentabelle:

| | $x < -\frac{1}{2}$ | $x = -\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2} < x < 1$ | $x = 1$ | $x > 1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-4$ | $-$ | $-$ | $-$ | $-$ | $-$ |
| $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $+$ |
| $(x - 1)$ | $-$ | $-$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $(*)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

Es folgt für die Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{x | -\frac{1}{2} \leq x \leq 1\}$




**Aufgabe 2. b)**
Wir gehen analog zu a) vor:

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 > 0$$

Die Mitternachtsformel liefert:

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2)}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-2 \pm 0}{-2} = 1$$

Es gibt nur eine Lösung. Wir faktorisieren...

$$-\frac{1}{2} \cdot (x - 1)^2 > 0 \qquad (**)$$

...und erstellen eine Vorzeichentabelle:

| | $x < 1$ | $x = 1$ | $x > 1$ |
|---|---|---|---|
| $-\frac{1}{2}$ | $-$ | $-$ | $-$ |
| $(x - 1)^2$ | $+$ | $0$ | $+$ |
| $(*)$ | $-$ | $0$ | $-$ |

Die Lösungsmenge ist, weil es keine Werte größer als null gibt, leer: $\mathbb{L} = \{\}$

**Aufgabe 3.**

Dies ist nur eine quadratische Gleichung, wenn $a \neq 0$

Damit erhalten wir für Fall 1: $a = 0 \Rightarrow$ lineare Gleichung $\Rightarrow$ Eine Lösung

Fall 2: $a \neq 0$ Zur Bestimmung der Anzahl der Lösungen bestimmen wir die Diskriminante $b^2 - 4ac$:

$$D = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 4 \cdot a \cdot 1 = \frac{9}{4} - 4a$$

Wir setzen nun $D = 0$ und erhalten für $a$:

$$\begin{aligned} \tfrac{9}{4} - 4a &= 0 \quad | + 4a \\ \tfrac{9}{4} &= 4a \quad | : 4 \\ \tfrac{9}{16} &= a \end{aligned}$$

Zur weiteren Fallunterscheidung erstellen wir eine Vorzeichentabelle:

| | $a < \frac{9}{16}$ | $a = \frac{9}{16}$ | $a > \frac{9}{16}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{9}{4} - 4a$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $D$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| Anzahl Lösungen | 2 | 1 | 0 |

Für $a \in ]-\infty; 0[ \quad \vee \quad ]0; \frac{9}{16}[$ gibt es zwei Lösungen; Für $a = \frac{9}{16}$ oder $a = 0$ gibt es eine Lösung und für $a > \frac{9}{16}$ gibt es keine Lösung.

**Aufgabe 4.**

Wir setzen Parabel- und Geradenterm gleich und vereinfachen:

$$\begin{aligned} mx + \tfrac{3}{2} &= x^2 - \tfrac{3}{2}x + \tfrac{3}{2} \quad | - \tfrac{3}{2} \\ mx &= x^2 - \tfrac{3}{2}x \quad | - mx \\ 0 &= x^2 - \left(\tfrac{3}{2} + m\right)x \\ 0 &= x \cdot \left(x - \tfrac{3}{2} - m\right) \end{aligned}$$

Ein Produkt ist gleich 0, wenn einer der Faktoren null wird; daraus folgt:

$$x_1 = 0$$

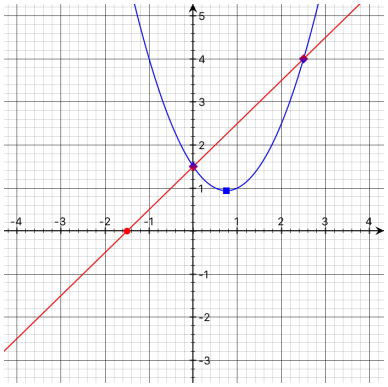
$$x_2 - \frac{3}{2} - m = 0$$

$$x_2 = \frac{3}{2} + m$$

Wir haben nun zwei Lösungen für den Schnitt der Geraden mit der Parabel. Die Gerade soll jedoch *Tangente* sein, und diese Tangente hat nur *einen* Berührpunkt. Dies bedeutet, dass wir $m$ so wählen, dass beide Lösungen für $x_1$ und $x_2$ identisch sind, also

$$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad m = -\frac{3}{2}$$

Skizze für $m = 1$



**Aufgabe 5. a)**
Zum Berechnen der Schnittpunkte setzen wir beide Terme gleich. Zuerst müssen wir die y-Seiten gleich machen. Hier bietet sich an, den ersten Term mit $(-4)$ zu multiplizieren.

$$
\begin{array}{rrcll}
I: & -4y & = & -\frac{9}{4}x + 5 & \\
II: & -4y & = & -ax - 5 & \\
I = II & -\frac{9}{4}x + 5 & = & -ax - 5 & | -5 + ax \\
& -\frac{9}{4}x + ax & = & -10 & \\
& (-\frac{9}{4} + a) \cdot x & = & -10 & | \cdot (-4) \\
& (9 - 4a) \cdot x & = & 40 & | : (9 - 4a) \\
& x & = & \frac{40}{9-4a} &
\end{array}
$$

**Aufgabe 5. b)**
Wenn der Nenner des Terms null wird, gibt es keine Lösung und damit keinen Schnittpunkt:

$$9 - 4a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{9}{4}$$

In diesem Fall sind die beiden Geraden parallel.

**Aufgabe 5. c)**

$$
\begin{array}{rcll}
-8 & = & \frac{40}{9-4a} & | \cdot (9 - 4a) \\
-72 + 32a & = & 40 & | + 72 \\
32a & = & 112 & | : 32 \\
a & = & 3,5 &
\end{array}
$$

Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt