Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1.
Die Summe der Einzelimpulse, der Gesamtimpuls, ist vor und nach dem Stoß gleich. Hierbei spielt es keine Rolle, ob der Stoß elastisch oder unelastisch erfolgt.

Aufgabe 2. a)
Es gilt für den unelastischen Stoß folgende Beziehung. Hierbei sei v_1 und m_1 die Geschwindigkeit in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und die Masse des Kleinbusses, v_2 und m_2 die Geschwindigkeit und die Masse des Kleinwagens. Beide Fahrzeuge bewegen sich nach dem Stoß mit der gleichen Geschwindigkeit u gemeinsam weiter:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) \cdot u \qquad\qquad | : (m_1 + m_2) \\ u &= \tfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ u &= \tfrac{1700\,\mathrm{kg} \cdot 15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 650\,\mathrm{kg} \cdot (-10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})}{1700\,\mathrm{kg} + 650\,\mathrm{kg}} \quad = 8{,}1\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

u besitzt das gleiche Vorzeichen wie v_1 $\Rightarrow$ Beide Fahrzeuge bewegen sich mit $u = 8{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 29\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in Fahrtrichtung des Kleinbusses weiter.

Aufgabe 2. b)
Wir vergleichen die Gesamtenergie vor dem Stoß $E_{kin,v}$ mit der nach dem Stoß $E_{kin,n}$. Die kinetische Energie nach einem elastischen Stoß wird kleiner. Die Differenz wird in Verformungsarbeit und innere Energie $E_{v,i}$ umgewandelt.

$$\begin{aligned} E_{v,i} &= \Delta E_{kin} = E_{kin,v} - E_{kin,n} \\ &= \tfrac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 - \tfrac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot u^2 \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 1700\,\mathrm{kg} \cdot (15\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 650\,\mathrm{kg} \cdot (10\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 - \tfrac{1}{2} \cdot (1700\,\mathrm{kg} + 650\,\mathrm{kg}) \cdot (8{,}1\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 \\ &= 223\,750\,\mathrm{J} - 77\,092\,\mathrm{J} \\ &= 146\,658\,\mathrm{J} \approx 150\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

Der prozentuale Anteil $x\%$ der Verformungsarbeit an der Gesamtenergie ist:

$$x\% = \frac{E_{v,i}}{E_{kin,v}} \cdot 100\% = 66\%$$

Aufgabe 3. a)
Kraft F ist gleich Impulsänderung Δp mit der Zeit:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (*)$$

Impuls ist gleich Masse mal Geschwindigkeit; hier verändert sich die Masse der Rakete, die Geschwindigkeit der Verbrennungsgase bleibt konstant, also ist Impulsänderung hier gleich Massenänderung Δm im Zeitintervall $\Delta t = 1\,\mathrm{s}$ mal Geschwindigkeit. Aus $(*)$ wird dann:

$$F = \frac{\Delta m \cdot v}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{F}{v}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{2{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{N}}{2000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 100\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Einheitencheck:

$$\frac{\mathrm{N}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Pro Sekunde mussten 100 kg Treibstoff verbrannt werden.

Aufgabe 3. b)
Für die beschleunigende Kraft gilt, dass sie gleich der Differenz der Schub- mit der Gewichtskraft ist. Nach dem Trägheitssatz erhalten wir für die Beschleunigung a:

$$\begin{aligned} F_a &= F_{Schub} - F_G \overset{!}{=} m \cdot a \\ a &= \tfrac{F_{Schub} - F_G}{m} = \tfrac{2{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{N} - 10\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{10\,000\,\mathrm{kg}} \\ a &= 10\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 4. a)
Impuls vor dem Zerfall = Impuls nach dem Zerfall:

$$\begin{aligned} 0 &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ v_1 &= -\tfrac{m_2}{m_1} v_2 \\ v_1 &= -\tfrac{4\,\mathrm{u}}{234\,\mathrm{u}} \cdot 1{,}4 \cdot 10^7\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ v_1 &= -2{,}4 \cdot 10^5\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4. b)
Das Verhältnis beider kinetischer Energien kann man berechnen, ohne sie einzeln genau zu bestimmen:

$$\frac{E_{kin1}}{E_{kin2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{234\,\mathrm{u} \cdot (2{,}4 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{4\,\mathrm{u} \cdot (1{,}4 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2} = 0{,}0172 \approx 1 : 58$$

Aufgabe 5.
Der Impuls des Asteroiden betrug:

$$p = m_1 v_1 = 7{,}0 \cdot 10^{13}\,\mathrm{kg} \cdot 20 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1{,}4 \cdot 10^{18}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}$$

Die Erde erhält dadurch eine Geschwindigkeitsänderung von:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) u \\ u &= \tfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \\ u &= \tfrac{1{,}4 \cdot 10^{18}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}}{5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} + 7{,}0 \cdot 10^{13}\,\mathrm{kg}} \\ u &= 2{,}3 \cdot 10^{-7}\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeit nach dem Stoß ist minimal, die Erde bleibt in ihrer Bahn. (Bahngeschwindigkeit der Erde relativ zur Sonne: $v \approx 30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$)

Aufgabe 6. a)
Die Geschwindigkeit der Masse m_2 vor der Impulsübertragung ist:

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}30\,\mathrm{m}} = 2{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Die Masse m_1 bekommt dann die Geschwindigkeit:

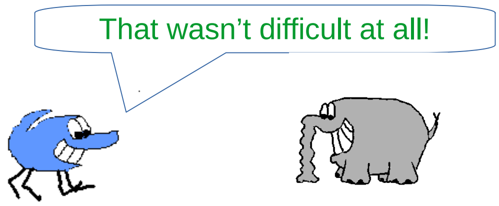
$$\begin{aligned} m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) u \\ u &= \tfrac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ u &= 1{,}1\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Aufgabe 6. b)
Die potentielle Energie, die beim Aufsteigen der Masse m_1 gewonnen wird, ist:

$$E_{pot} = E_{pot1} - E_{pot2} = (m_1 - m_2)gh$$

Wir setzen gleich mit der kinetischen Energie des Systems:

$$\begin{aligned} E_{pot} &= E_{kin} \\ (m_1 - m_2)gh &= \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 \\ h &= \tfrac{(m_1+m_2)u^2}{2(m_1-m_2)g} \\ h &= 0{,}56\,\mathrm{m} \end{aligned}$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt