Lösungsblatt von www.okuyakl.de

Aufgabe 1. a)
Die Zentripetalkraft muss gleich oder größer sein als die Gewichtskraft. Dann folgt für die Winkelgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} m\omega^2 r &\geq mg \\ \omega &\geq \sqrt{\tfrac{g}{r}} \quad \stackrel{r=6{,}0\,\mathrm{m}}{\Longrightarrow} \quad \omega = 1{,}27\,\tfrac{1}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Aufgabe 1. b)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{r}} \quad \stackrel{r=6{,}0\,\mathrm{m}}{\Longrightarrow} \quad f = 0{,}20\,\mathrm{Hz}$$

Aufgabe 1. c)

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \quad \stackrel{r=6{,}0\,\mathrm{m}}{\Longrightarrow} \quad T = 4{,}9\,\mathrm{s}$$

Aufgabe 1. d)

$$v = \omega r = \sqrt{gr} \quad \stackrel{r=6{,}0\,\mathrm{m}}{\Longrightarrow} \quad v = 7{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Aufgabe 2.
Im Punkt A muss die Zentripetalkraft größer oder gleich sein wie die Gewichtskraft, also gilt für die Bahngeschwindigkeit in diesem Punkt:

$$v_A = \sqrt{gr}$$

Und damit für die kinetische Energie hier:

$$E_{kinA} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot r$$

Im unteren Startpunkt ist die kinetische Energie höher, und zwar um den Betrag der potentiellen Energie:

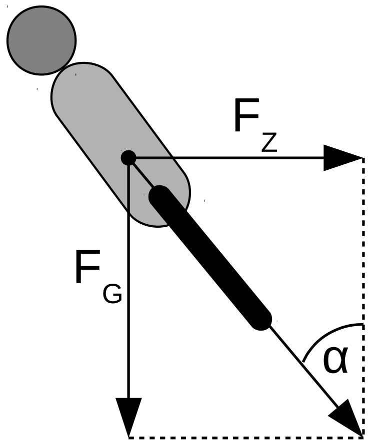
$$E_{kinS} = E_{kinA} + E_{pot} = \frac{1}{2} mg \cdot r + mg \cdot 2r = 2{,}5\ mgr$$

Dies setzen wir gleich mit der Spannenergie der Feder:

$$\begin{aligned} E_{Sp} &= \tfrac{1}{2} D s^2 = 2{,}5\ mgr \\ s^2 &= 5{,}0 \tfrac{mgr}{D} \\ s &= \sqrt{5{,}0 \tfrac{mgr}{D}} \qquad = 0{,}30\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Aufgabe 3. a)

Für den Radfahrer gilt das Kräfterechteck, dass von der Zentrifugalkraft und der Gewichtskraft aufgespannt wird. Für den Winkel α gilt:



$$
\begin{aligned}
\tan\alpha &= \tfrac{F_Z}{F_G} \\
\tan\alpha &= \tfrac{mv^2}{mgr} \\
\tan\alpha &= \tfrac{v^2}{gr} \\
\tan\alpha &= \tfrac{(6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 30\,\mathrm{m}} \\
\tan\alpha &= 0{,}122 \\
\alpha &= 7{,}0^\circ
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3. b)

Der Haftreibungskoeffizient μ entspricht dem maximalen Verhältnis von horizontaler zu vertikaler Kraft, was hier genau $\tan\alpha$ ist:

$$\tan\alpha_{max} = 0{,}7 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{max} = 35^\circ$$

Aufgabe 4.

Wir setzen Haftreibungskraft gleich der Zentripetalkraft:

$$
\begin{aligned}
F_R &= F_Z \\
m\cdot\tfrac{v^2}{r} &= \mu\cdot mg \\
v &= \sqrt{\mu\cdot gr} \quad = \sqrt{0{,}80\cdot 9{,}81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 50\,\mathrm{m}} \quad = 20\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5.

Zur Berechnung wählen wir wie in Aufgabe 3. den Ansatz:

$$
\begin{aligned}
\tan\alpha &= \tfrac{F_Z}{F_G} \\
\tan\alpha &= \tfrac{v^2}{gR} \\
v &= \sqrt{\tan\alpha\cdot gR}
\end{aligned}
$$

Hier ist R der gesamte Radius:

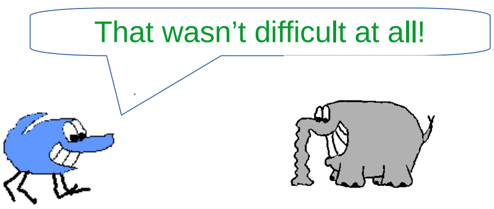
$$R = r + l\cdot\sin\alpha = 3{,}0 + 3{,}5\cdot\sin 20^\circ = 4{,}2\,\mathrm{m}$$

Wir setzen ein und erhalten für v:

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\tan 20^\circ\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 4{,}2\,\mathrm{m}} = 3{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Die Umlaufdauer T ist:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 6{,}8\,\mathrm{s}$$



Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt