Aufgabe 1. a)
Für die Coulombkraft zwischen zwei geladenen Teilchen gilt:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Wir setzen für die Ladungen Q_1 und Q_2 je eine Elementarladung ein und erhalten:

$$F_C = \frac{1}{4\pi 8{,}85 \cdot 10^{12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot \frac{(1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,s})^2}{(5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m})^2} = 8{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}$$

Einheitencheck:

$$(\mathrm{As})^2 \frac{}{\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \cdot \mathrm{m}}^2 = \frac{\mathrm{As} \cdot \mathrm{Vm}^2}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}} = \mathrm{N}$$

Aufgabe 1. b)
Um die Gravitationskraft zu erhalten, wenden wir das Gravitationsgesetz an und setzen die Massen von Proton und Elektron sowie die Gravitationskonstante G ein:

$$F_G = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m})^2} = 3{,}6 \cdot 10^{-47}\,\mathrm{N}$$

Einheitencheck:

$$\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} \cdot \frac{\mathrm{kg}^2}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}$$

Die Gravitationskraft ist also viele Größenordnungen kleiner und damit völlig vernachlässigbar.

Aufgabe 2.
Wir setzen Gravitations- und Coulombkraft gleich und lösen nach der Ladung Q_2 auf:

$$\begin{aligned}
F_G &= F_C \\
\tfrac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} &= \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \tfrac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} && | \cdot r^2 \\
G \cdot m_1 \cdot m_2 &= \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot Q_1 \cdot Q_2 && | \cdot 4\pi\varepsilon_0 \\
G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 &= Q_1 \cdot Q_2 && | : Q_1 \\
\tfrac{G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{Q_2} &= Q_1 \\
Q_1 &= \tfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} \cdot (1{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg})^2 \cdot 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}{1{,}0 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{A\,s}} && = 7{,}4 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{A\,s}
\end{aligned}$$

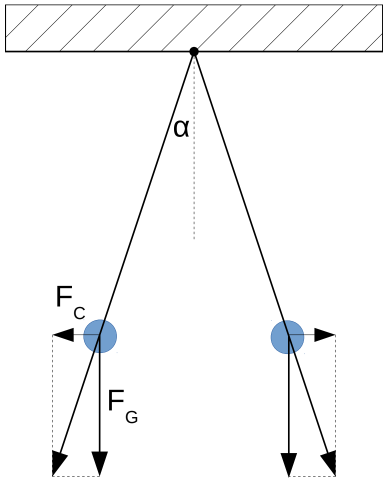
Einheitencheck:

$$\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} \cdot \mathrm{kg}^2 \frac{\cdot \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}{\mathrm{As}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{As}}{\mathrm{V}} = \mathrm{A\,s} = \mathrm{C}$$

Die Ladung muss nur den sehr kleinen Wert von $7{,}4 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{C}$ betragen, also $0{,}074\,\mathrm{pC}$, dies entspricht etwa 460000 Elektronen.

Aufgabe 3.

Wir berechnen zunächst aus der gegebenen Geometrie den Winkel α:



$$\sin\alpha = \frac{0{,}5 \cdot d}{l} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}2\,\mathrm{m}}{1{,}0\,\mathrm{m}}\right)$$

$$\alpha = 11{,}5^\circ$$

Dieser Winkel tritt im Kräfterechteck unterhalb der Kugeln noch jeweils einmal auf. Für die Beträge der Coulomb- und der Gewichtskraft gilt:

$$\tan\alpha = \frac{F_C}{F_G}$$

Damit erhalten wir für F_C:

$$F_C = F_G \cdot \tan\alpha = 0{,}05\,\mathrm{N} \cdot \tan 11{,}5^\circ = 0{,}01\,\mathrm{N}$$

Nun lösen wir die Formel für die Coulombkraft nach der Ladung auf und erhalten für $Q_1 = Q_2 = Q$:

$$\begin{aligned}
F_C &= \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \tfrac{Q^2}{d^2} && |\cdot r^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 \\
F_C \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot d^2 &= Q^2 && |\sqrt{} \\
\sqrt{F_C \cdot 4\pi\varepsilon_0} \cdot d &= Q \\
Q &= \sqrt{0{,}01\,\mathrm{N} \cdot 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot 0{,}4\,\mathrm{m} \\
Q &= 4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}
\end{aligned}$$

Einheitencheck:

$$\sqrt{\mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot \mathrm{m} = \sqrt{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{J} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}}} \cdot \mathrm{m} = \sqrt{\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{m}^2}} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{C}$$

Der Betrag der Ladung auf den Kugeln ist 0,4µC

Aufgabe 4. a)
Der Betrag der elektrischen Feldstärke ist in einem Punkt mit Abstand r vom Kugelmittelpunkt:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{A\,s}}{r^2} = 9{,}0\,\mathrm{V\,m} \cdot \frac{1}{r^2} \qquad (*)$$

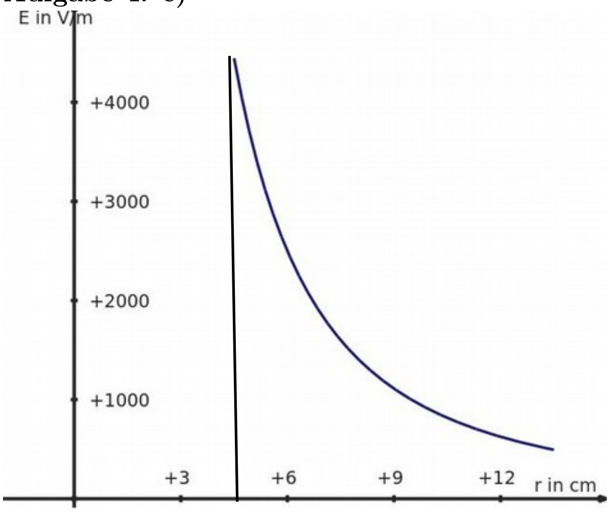
Aufgabe 4. b)
Wir setzen für r einmal $R = 4{,}5\,\mathrm{cm}$ und einmal $3R = 13{,}5\,\mathrm{cm}$ in $(*)$ ein und erhalten:

$$E_R = \frac{9\,\mathrm{V\,m}}{(0{,}045\,\mathrm{m})^2} = 4{,}4\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$$

$$E_{3R} = \frac{9\,\mathrm{V\,m}}{(0{,}135\,\mathrm{m})^2} = 0{,}49\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$$

Also ist die Feldstärke im Bereich $4{,}4\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}} > E > 0{,}49\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$

Aufgabe 4. c)



Aufgabe 4. d)
Im Inneren der Kugel ist die Feldstärke gleich Null; siehe senkrechte Linie.

Aufgabe 4. e)
Es gilt für die Coulombkraft auf die Probeladung q

$$F_C = q \cdot E$$

Hier ist $q = 2 \cdot e$ die Ladung des α-Teilchens und E die Feldstärke im Abstand von 13,5 cm:

$$F_C = 2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 490\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{N}$$

Einheitencheck:

$$\mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = \mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{m}} = \mathrm{N}$$

Die Kraft auf den Heliumkern ist von der Kugel weg gerichtet, weil beide Körper positiv geladen sind.

Aufgabe 5. a)
Wir lösen $(*)$ aus Aufgabe 4. a) nach Q auf:

$$\begin{aligned} E_1 &= \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \tfrac{Q}{d^2} && | \cdot d^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 \\ E_1 \cdot d^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 &= Q && \\ Q &= 100\,\tfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot (0{,}525\,\mathrm{m})^2 \cdot 4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} && = 3{,}1 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

Einheitencheck:

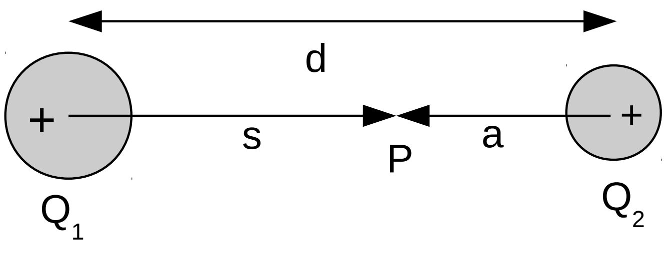
$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} = \mathrm{C}$$

Aufgabe 5. b)
Der Radius des geladenen Ballons spielt keine Rolle für die Feldstärke außerhalb des Ballons. Die Feldstärke im Abstand $d > r_2$ verhält sich so, als ob die gesamte Ladung im Ballonmittelpunkt vereinigt wäre.

Aufgabe 6.

Für den Abstand a des feldfreien Punktes P von der Ladung Q_2 gilt:

$$a = d - s \quad (**)$$



Wir verwenden wieder $(*)$, diesmal rechts und links, denn im feldfreien Punkt heben sich beide Feldstärken auf; sie sind hier betragsmäßig gleich und entgegen gerichtet:

$$
\begin{aligned}
E_1 &= E_2 \\
\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1}{s^2} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_2}{a^2} && |\cdot 4\pi\varepsilon_0 \\
\frac{Q_1}{s^2} &= \frac{Q_2}{a^2} && |: Q_1\cdot a^2 \\
\frac{a^2}{s^2} &= \frac{Q_2}{Q_1} && |\sqrt{} \\
\frac{a}{s} &= \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} && |(**) \\
\frac{d-s}{s} &= \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \\
\frac{d}{s}-1 &= \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} && |+1 \quad |\cdot s \\
d &= s\cdot\left(\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}+1\right) \\
d &= 0{,}1\,\mathrm{m}\cdot\left(\sqrt{\frac{5{,}5\,\mathrm{nC}}{8{,}5\,\mathrm{nC}}}+1\right) && =0{,}18\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

Der Abstand beider Punktladungen beträgt 18 cm.

Hier geht es zurück zum Aufgabenblatt